

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Теория математической обработки геодезических измерений  
Уравнивание геодезических сетей коррелятным способом  
Методические указания по выполнению лабораторных работ для  
обучающихся по направлению подготовки (специальности) 21.05.01  
«Прикладная геодезия» и 21.03.03 «Геодезия и дистанционное  
зондирование»**

Ростов-на-Дону  
2019

УДК 528.1  
ББК 26.104

Составители: Губеладзе А.Р., Губеладзе И.О., Яговкина Е.Н.

Теория математической обработки геодезических измерений: методические указания по выполнению лабораторных работ для обучающихся по направлению подготовки (специальности) 21.05.01 «Прикладная геодезия» и 21.03.03 «Геодезия и дистанционное зондирование». Ростов-на-Дону, Донской гос. техн. ун-т, 2019. - 19 с.

В методических указаниях изложены вопросы, связанные с теорией коррелятивного способа уравнивания, основанного на принципе наименьших квадратов.

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Донского государственного технического университета

Научный редактор канд. техн. наук, доцент Л.Ф. Кирильчик

Ответственный за выпуск зав. кафедрой «Прикладная геодезия»  
канд. техн. наук, доцент Л.Ф. Кирильчик

---

В печать **xx.xx. 2019-xx-xx**  
Формат 60х84/16. Объем 2,0 усл. п. л.  
Тираж 50 экз. Заказ № **xxx**

---

Издательский центр ДГТУ  
Адрес университета и полиграфического предприятия  
344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Донской государственный  
технический университет, 2019

# 1. Коррелятный способ уравнивания

## Задачи и методы уравнивания

Для однозначного определения значений  $k$  неизвестных параметров необходимо и достаточно измерить  $k$  величин. Поскольку в геодезии существует принцип избыточности измерений, то число  $r = n - k$ , где  $n$  - число всех измеренных величин, является избыточным. При этом избыточные измерения должны находиться с необходимыми в функциональной зависимости. Наилучшее решение в процессе обработки результатов измерений получают согласно принципу наименьших квадратов, который состоит из следующего условия

$$[pvv] = \min, \quad (1.1)$$

где  $p$  - веса измеренных величин;

$v$  - поправки в измеренные значения.

Определение окончательных значений искомых величин при избыточных измерениях называют уравниванием, а эти же действия с соблюдением условия (1) - уравниванием по способу наименьших квадратов или строгим уравниванием.

Реализация метода наименьших квадратов позволяет решить следующие задачи:

- 1) исключается неопределенность решения, связанная с избыточным числом измерений;
- 2) повышается точность и надежность получаемых результатов за счет оптимального использования всех измерений;
- 3) выполняется оценка точности результатов измерений и полученных значений, также функций от них.

Строгое уравнивание может быть реализовано либо параметрическим, либо коррелятным способами или их разновидностями.

Обязательным условием уравнивания является возможность функционально выразить все измеренные величины через уравниваемые параметры.

В коррелятном способе уравнивания значительную роль играют избыточные измерения. Для примера можно рассмотреть измерение углов в треугольнике. Для того, чтобы однозначно судить о величине углов треугольника, достаточно измерить два угла, а третий угол получить косвенным путем. Однако, в геодезической практике используется принцип избыточности измерений. О роли избыточных измерений отмечалось в п. 1.1. Поэтому, если в треугольнике измерить все три угла, то одно из измерений будет избыточным. В случае существования функциональной зависимости между определяемыми величинами, возникает условное уравнение. Для треугольника такое уравнение имеет вид

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 180^\circ = 0, \quad (1.2)$$

где  $\beta_i$  - истинные значения углов треугольника.

При подстановке в равенство (2.89) измеренных значений, содержащих ошибки измерений, возникает угловая невязка  $w_\beta$

$$\beta'_1 + \beta'_2 + \beta'_3 - 180^\circ = w_\beta, \quad (1.3)$$

где  $\beta'_i$  - результаты измерений углов.

Для устранения невязки в результаты измерений необходимо ввести поправки  $v_i$ , т.е.

$$\beta'_1 + \nu_1 + \beta'_2 + \nu_2 + \beta'_3 + \nu_2 - 180^\circ = 0. \quad (1.4)$$

Подставив в равенство (2.97) измеренные значения, получим

$$v_1 + v_2 + v_2 + w_\beta = 0. \quad (1.5)$$

Полученное уравнение называется условным уравнение поправок.

В общем случае условные уравнения можно представить в следующем виде

$$\varphi_i(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0, \quad (1.6)$$

где  $X_i$  - уравненные значения измеряемой величины;

 $i = 1, 2, \dots, n$  - число всех измеренных величин;

$j = 1, 2, \dots, r$  - число избыточных измерений.

Замена уравненных значений в равенствах (2.93) на результаты измерений приводит к невязкам

$$\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_r) = w_i, \quad (1.7)$$

где  $x_i$  - результаты измерений.

Таким образом, наличие избыточных измерений приводит к условным уравнениям. Одно избыточное измерение дает нам одно условное уравнение. Дальнейшее уравнивание осуществляется путем минимизации функции  $[pvv]$  с использованием дополнительных параметров по методу Лагранжа.

## 2. Основы метода коррелятного уравнивания

Предположим, что измеренные величины  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , связанных условиями уравнениями

$$\begin{aligned} \varphi_1(X_1, X_2, \dots, X_n) &= 0; \\ \varphi_2(X_1, X_2, \dots, X_n) &= 0; \\ &\vdots \\ \varphi_r(X_1, X_2, \dots, X_n) &= 0. \end{aligned} \tag{2.1}$$

В процессе измерений получены следующие результаты неравноточных измерений  $x_1, x_2, \dots, x_n$  с соответствующими весами  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . При наличии избыточных измерений получим систему условных уравнений

$$\begin{aligned} \varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= w_1; \\ \varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= w_2; \\ &\dots\dots\dots \\ \varphi_r(x_1, x_2, \dots, x_n) &= w_r. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Чтобы исключить невязку, необходимо в результаты измерений внести поправки, при которых правые части системы условных уравнений обращаются в нули, т.е.



Исследуя данную функцию на экстремум, необходимо определить ее первую производную и приравнять к нулю

## Откуда получим

Обозначим  $\frac{1}{p_i} = q_i$

Выражения системы (2.6) и (2.7) являются коррелятными уравнениями.

Умножим уравнения системы (2.7) соответственно на  $a_1, a_2, \dots, a_n$  и в результате сложения получим

Аналогично при умножении на  $b_i, \dots, g_i$  с учетом равенств (2.5) будем иметь систему нормальных уравнений коррелат

Данная система имеет вполне определенное и однозначное решение. В случае равнозначности наших измерений система (2.8) примет вид



Если равенства (2.10) умножить соответственно на  $q_i a_i$ ,  $q_i b_i$  и т.д., а затем почленно сложить, то получим контрольные суммы для коэффициентов нормальных уравнений

В отличие от параметрического способа уравнивания возникают дополнительные суммарные равенства

где  $f_i$  - коэффициенты весовой функции

а также

И СООТВЕТСТВЕННО

Решение нормальных уравнений коррелят способом последовательного исключения неизвестных выполняется согласно схеме Гаусса-Дулитля (табл. 2). Рассмотрим вариант для системы, состоящей из трех нормальных уравнений коррелят

Контроль по  $[p_{vv}]$  производится как в схеме решения Гаусса, так и при вычислении коэффициентов нормальных уравнений. Рассмотрим равенства (2.6)

$$v_i = \frac{1}{p_i}(a_i K_1 + b_i K_2 + \dots + g_i K_r),$$

которые умножим на  $p_i v_i$ . В результате сложения получим

Согласно (2.5) получаем следующее равенство



Таблица 2

Схема решения нормальных уравнений коррелат

$K_1$	$K_2$	$K_3$	$w$	$s$	Контроль
1	2	3	4	5	6
$[qaa]$	$[qab]$	$[qac]$	$w_1$	$S_1$	$\Sigma_1$
-1	$-\frac{[qab]}{[qaa]}$	$-\frac{[qac]}{[qaa]}$	$-\frac{w_1}{[qaa]}$	$-\frac{S_1}{[qaa]}$	$-\frac{\Sigma_1}{[paa]}$
	$[qbb]$	$[qbc]$	$w_2$	$S_2$	$\Sigma_2$
	$-\frac{[qab]}{[qaa]}[qab]$	$-\frac{[qab]}{[qaa]}[qac]$	$-\frac{[qab]}{[qaa]}w_1$	$-\frac{[qab]}{[qaa]}S_1$	$-\frac{[qab]}{[qaa]}\Sigma_1$
	$[qbb \cdot 1]$	$[qbc \cdot 1]$	$[w_2 \cdot 1]$	$[S_2 \cdot 1]$	$[\Sigma_2 \cdot 1]$
	-1	$-\frac{[qbc \cdot 1]}{[qbb \cdot 1]}$	$-\frac{[w_2 \cdot 1]}{[qbb \cdot 1]}$	$-\frac{[S_2 \cdot 1]}{[qbb \cdot 1]}$	$-\frac{[\Sigma_2 \cdot 1]}{[qbb \cdot 1]}$
		$[qcc]$	$w_3$	$S_3$	$\Sigma_3$
		$-\frac{[qac]}{[qaa]}[qac]$	$-\frac{[qac]}{[qaa]}w_1$	$-\frac{[qac]}{[qaa]}S_1$	$-\frac{[qac]}{[qaa]}\Sigma_1$
		$-\frac{[qbc \cdot 1]}{[qbb \cdot 1]}[qbc \cdot 1]$	$-\frac{[qbc \cdot 1]}{[qbb \cdot 1]}[w_2 \cdot 1]$	$-\frac{[qbc \cdot 1]}{[pqbb \cdot 1]}[S_2 \cdot 1]$	$-\frac{[qbc \cdot 1]}{[qbb \cdot 1]}[\Sigma_2 \cdot 1]$
$-\frac{w_1}{[qaa]}$	$-\frac{[w_2 \cdot 1]}{[qbb \cdot 1]}$	$[qcc \cdot 2]$	$[w_3 \cdot 2]$	$[S_3 \cdot 2]$	$[\Sigma_3 \cdot 2]$
$-\frac{[qac]}{[qaa]}$	$-\frac{[qbc \cdot 1]}{[qbb \cdot 1]}K_3$	-1	$-\frac{[w_3 \cdot 2]}{[qcc \cdot 2]}$	$-\frac{[S_3 \cdot 2]}{[qcc \cdot 2]}$	$-\frac{[\Sigma_3 \cdot 2]}{[qcc \cdot 1]}$
$-\frac{K_3}{[qab]}$	$K_2$	$K_3$	$-\frac{w_1^2}{[qaa]}$		
$-\frac{K_2}{[qaa]}$			$-\frac{[w_2 \cdot 1]^2}{[qbb \cdot 1]}$		
$K_2$			$-\frac{[w_3 \cdot 2]^2}{[qcc \cdot 2]}$		
$K_1$			$-[pvv]$		

Для получения контрольной формулы за основу возьмем систему нормальных уравнений (2.16) и к ней добавим равенство (2.17)

$$[qaa]K_1 + [qab]K_2 + \dots + [qag]K_r + w_1 = 0;$$

$$[qab]K_1 + [qbb]K_2 + \dots + [qbg]K_r + w_2 = 0;$$

.....

$$[qag]K_1 + [qbg]K_2 + \dots + [qgg]K_r + w_r = 0;$$

$$K_1w_1 + K_2w_2 + \dots + K_rw_r + w_{r+1} = -[pvv]$$

Решение данной системы приводит к ее эквивалентному виду:

$$[qaa]K_1 + [qab]K_2 + \dots + [qag]K_r + w_1 = 0;$$

$$[qbb \cdot 1]K_2 + \dots + [qbg \cdot 1]K_r + [w_2 \cdot 1] = 0;$$

.....

$$[qgg \cdot (r-1)]K_r + [w_r \cdot (r-1)] = 0;$$

$$[w_{r+1} \cdot r] = -[pvv]$$

(2.18)



$$U = f_0 + \left[ \frac{af}{p} \right] K_1 + \left[ \frac{bf}{p} \right] K_2 + \dots + \left[ \frac{gf}{p} \right] K_r. \quad (2.24)$$

Присоединив полученное выражение к системе нормальных уравнений коррелат и введя неопределенные множители  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_r$ , после соответствующих преобразований определим обратный вес функции  $U$

$$\frac{1}{P_v} = [qff] + [qaf]\rho_1 + [qbf]\rho_2 + \dots + [qgf]\rho_r. \quad (2.25)$$

Из решения системы нормальных уравнений для неопределенных множителей

$$\begin{aligned} [qaa]\rho_1 + [qab]\rho_2 + \dots + [qag]\rho_r + [qaf] &= 0; \\ [qab]\rho_1 + [qbb]\rho_2 + \dots + [qbg]\rho_r + [qb f] &= 0; \\ \vdots &\vdots \\ [qag]\rho_1 + [qbg]\rho_2 + \dots + [qgg]\rho_r + [qgf] &= 0. \end{aligned}$$

находим неопределенные множители  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_r$  и, подставив их значения в выражение (2.25), получим

$$\frac{1}{P_{rr}} = [qff] - \frac{[qaf]^2}{[qaa]} - \frac{[qbf \cdot 1]^2}{[qbb \cdot 1]} - \dots - \frac{[qgf \cdot (r-1)]^2}{[qgg \cdot (r-1)]}. \quad (2.26)$$

Для контроля правильности вычисления обратного веса функции используется контрольная формула

$$\frac{1}{P_v} = [qf\Sigma_v] - \frac{[qaf]}{[qaa]}[qa\Sigma_v] - \frac{[qbf \cdot 1]}{[qbb \cdot 1]}[qb\Sigma_v \cdot 1] - \dots - \frac{[qgf \cdot (r-1)]^2}{[qgg \cdot (r-1)]}[qg\Sigma_v \cdot (r-1)]$$

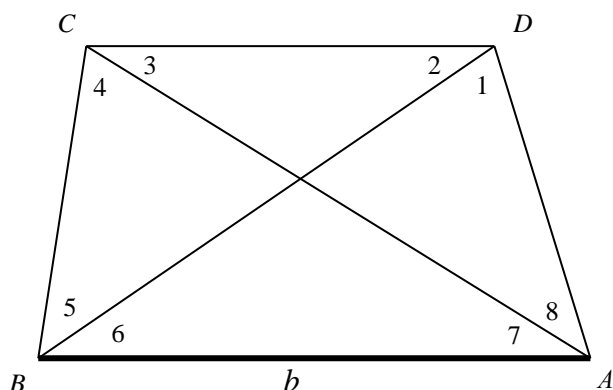
## Литература

1. Большаков В.Д., Гайдаев П.А. Теория математической обработки геодезических измерений. – М.: Недра, 1977.
2. Большаков В.Д., Маркузе Ю.И. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений. – М.: Недра, 1984.
3. Беляев Б.И. Практикум по математической обработке маркшейдерско-геодезических измерений: Учеб. пособие для вузов. – М.: Недра, 1989.- 316 с.
4. Губеладзе А.Р. Основы теории ошибок измерений: Учебное пособие. – Ростов н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 1998.- 106 с.
5. Губеладзе А.Р. ТМОГИ. Обработка результатов измерений и уравнивание полигонометрических ходов: (Учебное пособие). - Ростов н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 2013. - 93 с.
6. Губеладзе А.Р. Методические указания к заданиям по курсу «Теория математической обработки геодезических измерений». Способ наименьших квадратов. Часть 1. - Ростов н/Д: Рост. гос. акад. строит-ва, 1993.- 23 с.

# ПРИЛОЖЕНИЕ А

## Пример уравнивания геодезической сети

Таблица 1



№ углов	Измеренные углы		
	°	'	"
1	47	12	57
2	44	15	15
3	48	16	46
4	42	59	03
5	44	29	00
6	52	51	21
7	39	40	35
8	40	15	03
lg b		3.7634052	

Рис. 1 – Схема геодезического четырехугольника

### Порядок вычислений

#### 1. Составляем условные уравнения

Из  $\triangle ABC$ :  $\beta_4 + \beta_5 + \beta_6 + \beta_7 - 180^\circ = 0$ ;

из  $\triangle ACD$ :  $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_8 - 180^\circ = 0$ ;

из  $\triangle BCD$ :  $\beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_5 - 180^\circ = 0$ ;

условие полюса:

$$\frac{\sin \beta_1 \cdot \sin(\beta_3 + \beta_4) \cdot \sin \beta_7}{\sin \beta_2 \cdot \sin \beta_4 \cdot \sin(\beta_7 + \beta_8)} = 1.$$

#### 2. Составляем уравнения поправок

$$v_4 + v_5 + v_6 + v_7 + w_2 = 0;$$

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_8 + w_1 = 0;$$

$$v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + w_3 = 0;$$

$$\Delta_1 v_1 - \Delta_2 v_2 + \Delta_{3+4} v_3 + (\Delta_{3+4} - \Delta_4) v_4 + (\Delta_7 - \Delta_{7+8}) v_7 - \Delta_{7+8} v_8 + w_4 = 0.$$

#### 3. Вычисленные значения свободных членов уравнений фигур приведены в табл. 2

### Решение треугольников

Таблица 2

№ углов	Измеренные Углов			Поправки	Секунды уравненных углов	Логарифмы синусов углов	Логарифмы сторон
	°	'	"				
4	42	59	03	+0,7	03,7	9.8336562	3.7634052
5	44	29	00	-2,0	58,0	9.8455289	3.7366479
6	52	51	21	+2,4	23,4	9.9015268	3.7992856
7	39	40	35	-0,1	34,9	9.8051272	3.7348762
	179	59	59 -01	+1,0	0		
1	47	12	57	- 0,5	56,5	9.8656462	3.7634052
2	44	15	15	- 0,1	14,9	9.8437572	3.7348762
3	48	16	46	-2,6	43,4	9.8729665	3.7992856

8	40	15	03	+2,2	05,2	9.8103288	3.7366479
	180	00	01 +01	-1,0	0		
2	14	15	15	-0,1	14,9	9.8437572	3.7348762
3	48	16	46	-2,6	43,4	9.8729665	3.7992857
4	42	59	03	+0,7	03,7	9.8336562	3.7634053
5	44	29	00	-2,0	58,0	9.8455289	3.7366480
	180	00	04 +04	-4,0	0		

4. Свободный член полюсного условия определяется в табл. 3

Вычисление свободного члена полюсного условия

Таблица 3

№ углов	Значение углов			Логарифмы синусов углов	$\Delta_i$	№ уг- лов	Значение углов			Логарифмы синусов углов	$\Delta_i$
	°	'	"				°	'	"		
1	47	12	57	9.8656473	+19,4	7+8	79	55	38	9.9932538	+3,8
3+4	91	15	49	9.9998943	- 0,5	2	44	15	15	9.8437574	+21,7
7	39	40	35	9.8051274	+25,4	4	42	59	03	9.8336546	+22,6
$\Sigma_1$				29.6706690		$\Sigma_2$				29.6706658	

$$w_4 = \Sigma_1 - \Sigma_2 = + 32 \text{ в ед. 7-го знака логарифма.}$$

В результате получаем следующие уравнения поправок. Коэффициенты и свободный член полюсного условия выражены в ед. 6-го знака логарифма.

$$v_4 + v_5 + v_6 + v_7 - 1,0 = 0;$$

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_8 + 1,0 = 0;$$

$$v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + 4,0 = 0;$$

$$1,94v_1 - 2,17v_2 - 0,05v_3 - 2,31v_4 + 2,16v_7 - 0,38v_8 + 3,2 = 0.$$

5. Составление весовой функции. Для удаленной стороны  $CD$  составляем весовую функцию

$$U = \frac{b \cdot \sin \beta_5 \cdot \sin(\beta_7 + \beta_8)}{\sin \beta_1 \cdot \sin(\beta_3 + \beta_4)}.$$

Приведем полученную функцию к линейному виду

$$\lg U = f_0 - f_1 v_1 - f_{3+4} v_3 - f_{3+4} v_4 + f_5 v_5 + f_{7+8} v_7 + f_{7+8} v_8,$$

где  $f_i$  – поправки в логарифмы синусов на 1" в ед. 6-го знака логарифма.

$$\lg U = - 1,94v_1 + 0,05v_3 + 0,05v_4 + 2,14v_5 + 0,38v_7 + 0,38v_8,$$

6. Составление коэффициентов нормальных уравнений и весовой функции (табл. 4).

# Вычисление коэффициентов нормальных уравнений

Таблица 4

№ уравнения	$a]$	$b]$	$c]$	$d]$	$s']$	$f]$	$\Sigma]$	$\nu$	$\nu\nu$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		1		1,94	2,94	-1,94	1,00	-0,493	0,243
2		1	1	-2,17	-0,17		-0,17	-0,122	0,015
3		1	1	-0,05	1,95	0,05	2,00	-2,577	6,641
4	1		1	-2,31	-0,31	0,05	-0,26	0,688	0,473
5	1		1		2,00	2,14	4,14	-1,987	3,948
6	1				1,00		1,00	2,401	5,765
7	1			2,16	3,16	0,38	3,54	-0,100	0,010
8		1		-0,36	0,62	0,38	1,00	2,193	4,809
Суммы	4	4	4	-0,81	11,19	1,06	12,25	0,003	21,904
Невязки	-1,0	1,0	4,0	3,2					
Корреляты	2,401	1,753	-4,388	-1,158					
$K_j W_j$	-2,401	1,753	-17,55	-3,706			-21,90		
$[a$	4,00		2,00	-0,15	5,85	2,57	8,42		
$[b$		4,00	2,00	-0,66	5,34	-1,51	3,83		
$[c$			4,00	-4,53	3,47	2,24	5,71		
$[d$				18,62	13,28	-3,20	10,08		
$[s'$					27,94	0,10	28,04		
$[f$						8,64	8,74		
$[\Sigma$							36,78		

В результате получена система нормальных уравнений коррелат

$$4,00 K_1 + 2,00 K_3 - 0,15 K_4 - 1,00 = 0;$$

$$4,00 K_2 + 2,00 K_3 - 0,66 K_4 + 1,00 = 0;$$

$$2,00 K_1 + 2,00 K_2 + 4,00 K_3 - 4,53 K_4 + 4,00 = 0;$$

$$-0,15 K_1 - 0,66 K_2 - 4,53 K_3 + 18,62 K_4 + 3,20 = 0.$$

Контролем вычисленных неизвестных является суммарное уравнение

$$5,85 K_1 + 5,34 K_2 + 3,47 K_3 + 13,28 K_4 + 7,20 = 0.$$

7. Решение системы нормальных уравнений коррелат выполняется согласно схеме Гаусса-Дулитля (табл. 5).

8. Контроль вычисления коррелат осуществляется подстановкой их значений в суммарное уравнение

$$5,85 \cdot 2,401 + 5,34 \cdot 1,753 - 3,47 \cdot 4,388 - 13,28 \cdot 1,158 + 7,20 = 0,003.$$

# Решение нормальных уравнений

Таблица 5

$K_1$	$K_1$	$K_1$	$K_1$	$w$	$S$	Контроль	$f$	$\Sigma$
4,00		2,00	-0,15	-1,00	4,85	4,85	2,57	8,42
-1		-0,5000	0,0375	0,2500	-1,2125	-1,2125	-0,6425	-2,1050
	4,00	2,00	-0,66	1,00	6,34	6,34	-1,51	3,83
	4,00	2,00	-0,66	1,00	6,34	6,34	-1,51	3,83
	-1	-0,5000	1,650	-0,2500	-1,5850	-1,5850	0,3775	-0,9575
		4,00	-4,53	4,00	7,47	7,47	2,24	5,71
		-1,000	0,075	0,500	-2,425		-1,285	-4,210
		-1,000	0,330	-0,500	-3,170		0,755	-1,915
		2,000	-4,125	4,000	1,875	1,875	1,710	-0,415
		-1	2,0625	-2,0000	-0,9375	-0,9375	-0,8550	0,2075
			18,62	3,20	16,48	16,48	-3,20	10,08
			-0,006	-0,038	0,182		0,096	0,316
			-0,109	0,165	1,046		-0,249	0,632
			-8,508	8,250	3,867		3,527	-0,856
			9,997	11,577	21,575	21,574	0,174	10,172
			-1	-1,1580	-2,1581	-2,1580	-0,0174	-1,0750
0,250	-0,250	-2,000	-1,158		7,200		8,640	8,740
-0,043	-0,191	-2,388	$K_4$	-0,250	1,212		-1,651	-5,410
2,194	2,194	-4,388		-0,250	-1,585		-0,570	1,446
	1,753	$K_3$		-8,000	-3,750		-1,462	0,355
2,401	$K_2$			-13,406	-24,984		-0,003	-0,177
$K_1$			$[p_{vv}] =$	-21,906	-21,907	$1/P_u =$	4,954	4,954

9. Вычисление поправок выполняется в таблице 4 согласно формуле

$$v_i = a_i K_1 + b_i K_2 + c_i K_3 + d_i K_4.$$

Контролем вычисления поправок служит равенство  $[p_{vv}] = -[K_{ww}]$ .

10. Вычисление уравненных значений углов осуществляется в таблице 2.

11. Оценка точности

Средняя квадратическая ошибка измерения углов

$$m = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{21,91}{4}} = 2,3''.$$

Надежность вычисленной средней квадратической ошибки

$$m_m = \frac{m}{\sqrt{2r}} = \frac{2,3}{\sqrt{8}} = 0,8''.$$

Средняя квадратическая ошибка слабой стороны  $CD$

$$m_{lg CD} = m \sqrt{\frac{1}{P_u}} = 2,3 \sqrt{4,954} = 5,1 \text{ в ед. 6-го знака.}$$

Относительная ошибка определения стороны  $CD$

$$\frac{1}{N} = \frac{m_{lg CD}}{M \cdot 10^7} = \frac{5,1}{04343 \cdot 10^6} = \frac{1}{84000}.$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### 1. Варианты 1 - 10

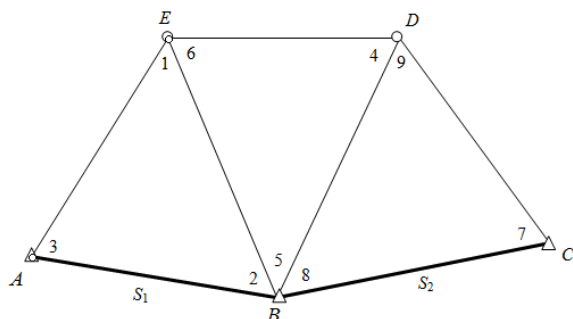


Рис. 1

Исходные данные:  $S_1 = 2389,578$  м;

$S_2 = 3166,006$  м.

Жесткий угол  $B = 197^\circ 05' 37''$ .

№ угл.	Значения углов	Варианты (секунды измеренных углов)								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$52^\circ 29' 54''$	55	53	56	52	57	50	51	55	53
2	69 55 18	17	15	14	20	16	19	17	16	17
3	57 34 54	53	54	55	52	54	56	52	53	51
4	59 10 21	20	22	21	23	20	21	23	22	21
5	66 47 36	34	35	36	37	36	35	34	34	33
6	54 02 07	04	02	06	04	06	05	07	06	08
7	46 25 56	55	54	53	54	55	51	52	58	57
8	60 22 46	46	45	44	47	47	50	48	46	47
9	73 11 25	22	23	26	24	23	25	24	21	23

### 2. Варианты 11 – 20

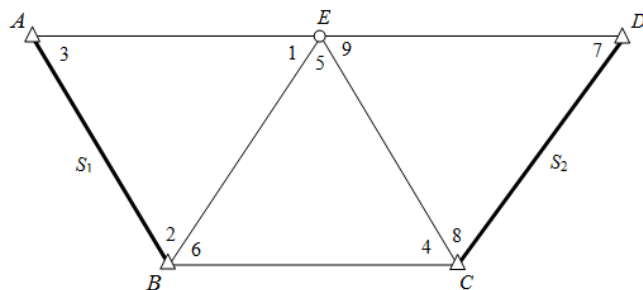


Рис. 2

Исходные данные:  $lg S_1 = 3.4633289$ ;

$Lg S_2 = 3.5094196$ .

№ угл.	Значения углов	Варианты (секунды измеренных углов)								
		12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	$45^\circ 05' 46,5''$	45,7	44,9	47,3	46,2	45,9	46,1	45,7	46,0	46,8
2	64 17 08,8	09,0	08,6	08,4	09,1	09,3	08,7	08,6	08,9	09,0
3	70 37 08,5	08,0	08,8	08,4	09,1	08,7	08,6	08,5	08,9	09,0
4	72 17 19,4	19,0	19,3	18,8	19,0	20,0	19,3	19,1	18,8	18,7
5	57 52 54,3	54,0	54,2	54,0	53,8	53,9	54,0	53,8	53,2	54,2
6	49 49 43,9	44,0	43,6	44,3	44,1	43,7	43,9	44,0	45,1	44,2
7	67 32 25,0	25,0	25,3	25,4	24,8	24,6	25,1	24,7	24,9	25,2
8	38 20 27,2	27,3	26,7	26,9	27,4	26,6	26,9	29,0	27,0	27,8
9	74 07 06,8	07,0	07,1	08,2	06,7	06,0	07,0	09,2	06,0	07,2



### 3. Варианты 21 – 30

Исходные данные:  $\lg S = 3.2958647$ .

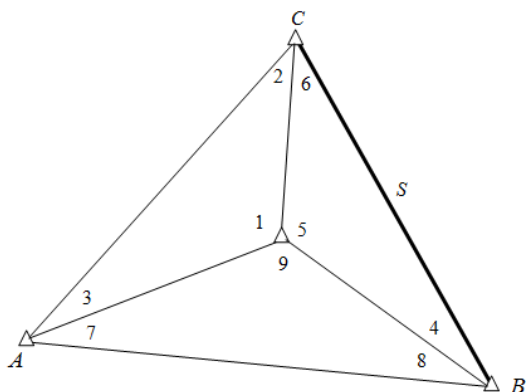


Рис. 3

№ угл.	Значения углов	Варианты (секунды измеренных углов)								
		22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	149° 09' 47,9"	49,8	49,2	48,3	48,4	48,9	49,4	49,3	48,9	49,8
2	13 06 09,9	10,0	09,8	09,4	08,8	09,3	08,7	10,2	09,6	10,4
3	17 43 57,2	57,0	57,5	58,0	56,5	58,7	56,6	57,5	57,9	57,3
4	42 52 19,3	19,5	19,8	20,1	20,0	19,2	18,8	18,6	19,0	20,3
5	80 49 09,4	54,0	54,2	54,0	53,8	53,9	54,0	53,8	53,2	54,2
6	56 18 29,4	30,0	28,6	29,3	29,1	28,3	29,9	30,0	27,8	26,9
7	31 27 40,9	38,8	39,7	40,8	40,3	42,4	40,5	41,3	41,9	42,0
8	18 31 23,3	25,0	25,5	23,4	22,8	23,0	22,7	23,0	24,6	25,1
9	130 01 02,6	02,1	02,9	03,8	04,2	04,1	03,7	02,9	03,0	04,2

### 4. Варианты 31 – 40

Исходные данные:  $\lg S_1 = 3.4110812$ ;

$\lg S_2 = 3.5114383$ .

Жесткий угол  $B = 108^\circ 31' 06''$ .

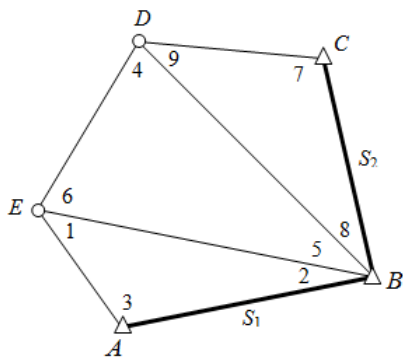
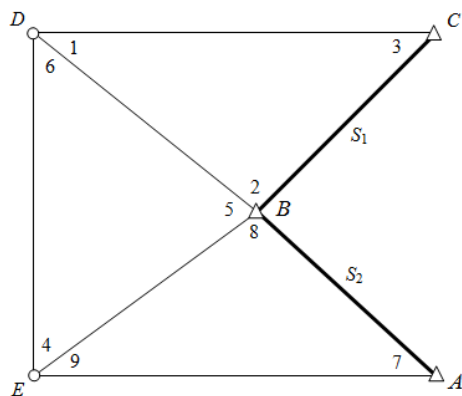


Рис. 4

№ угл.	Значения углов	Варианты (секунды измеренных углов)								
		32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	82° 58' 14,9"	13,0	12,8	14,5	13,9	16,6	17,3	16,4	14,9	15,0
2	40 49 33,8	34,9	33,1	35,7	32,4	35,9	35,0	31,9	32,8	32,5
3	56 12 06,9	06,1	06,4	05,9	05,2	07,0	07,2	05,4	06,8	05,8
4	93 00 33,1	32,8	33,5	32,4	34,8	35,1	33,8	32,7	31,7	34,9
5	24 28 02,4	01,7	00,6	02,7	02,4	03,5	04,2	04,0	02,8	01,3
6	62 31 28,4	25,9	26,8	27,3	29,1	28,3	26,7	29,1	30,0	27,8
7	35 21 48,4	46,5	43,9	45,4	46,9	47,8	48,3	49,4	48,5	47,3
8	43 13 27,8	26,5	23,9	25,4	26,8	27,8	28,3	29,4	28,6	27,3
9	101 24 47,5	47,2	48,9	45,3	46,2	44,9	47,1	46,8	48,6	45,2

5. Варианты 41 – 50

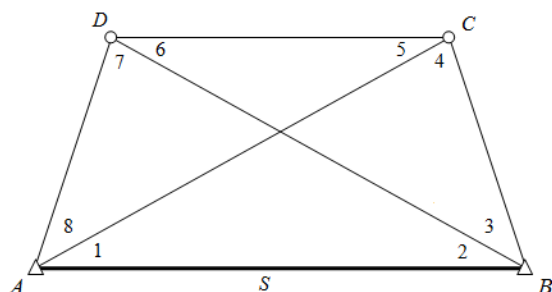


Исходные данные:  $lg S_1 = 3.2584263$ ;  
 $lg S_2 = 3.3295004$ .  
 Жесткий угол  $B = 224^\circ 19' 40,5''$ .

Рис. 5

№ угл.	Значения углов	Варианты (секунды измеренных углов)								
		42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	$64^\circ 36' 00,9''$	00,9	00,2	01,3	02,7	02,1	01,5	00,4	00,2	02,3
2	$65^\circ 53' 45,2''$	45,9	44,3	46,7	47,0	45,2	46,3	44,9	43,3	46,3
3	$49^\circ 30' 19,3''$	20,9	20,0	18,4	18,8	19,4	19,2	20,5	17,9	18,4
4	$55^\circ 00' 45,2''$	44,6	44,9	45,7	46,0	47,0	44,8	45,2	46,3	44,9
5	$55^\circ 12' 15,1''$	14,7	14,2	15,7	16,0	17,2	16,8	16,3	15,4	15,5
6	$69^\circ 27' 52,6''$	52,8	52,4	53,8	54,0	53,7	51,5	52,5	53,8	51,8
7	$33^\circ 44' 19,4''$	19,0	18,4	17,9	20,4	20,8	20,7	19,4	19,5	18,7
8	$103^\circ 13' 43,4''$	44,5	43,9	42,4	44,4	45,0	43,6	42,8	44,0	42,3
9	$41^\circ 02' 01,7''$	01,6	00,4	02,8	03,1	01,3	02,7	03,5	02,1	03,8

5. Варианты 51 – 60

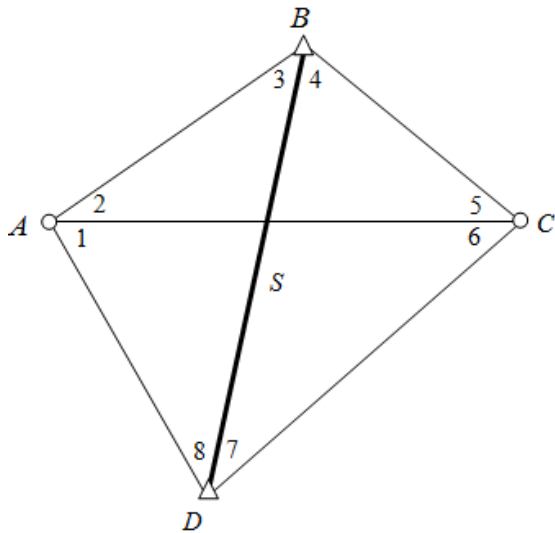


Исходные данные:  $lg S = 3.2079075$

Рис. 6

№ угл.	Значения углов	Варианты (секунды измеренных углов)								
		52	53	54	55	56	57	58	59	60
1	$72^\circ 39' 30,7''$	30,9	29,7	29,4	31,7	32,1	30,8	29,8	30,2	31,3
2	$23^\circ 21' 55,4''$	54,6	55,0	54,7	53,9	56,7	57,3	54,7	54,3	55,6
3	$21^\circ 06' 18,7''$	18,3	19,0	20,7	20,4	18,2	18,7	19,3	19,5	20,0
4	$62^\circ 52' 32,0''$	32,6	31,5	30,8	33,3	33,8	31,6	32,0	31,7	32,9
5	$17^\circ 00' 55,1''$	55,6	54,9	53,7	54,4	53,7	55,5	56,0	56,3	55,2
6	$79^\circ 00' 40,3''$	39,2	39,4	41,6	42,4	40,7	40,4	41,6	39,8	39,4
7	$68^\circ 19' 45,2''$	44,5	43,9	42,4	44,4	45,0	43,6	42,8	44,0	42,3
8	$15^\circ 38' 45,3''$	44,6	44,9	45,7	46,0	47,0	44,8	45,2	46,3	44,9

5. Варианты 61 – 70



Исходные данные:  $\lg S = 3.7194265$

Рис . 7

№ угл.	Значения углов	Варианты (секунды измеренных углов)								
		62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	55° 17 48,0"	46,5	43,9	45,4	46,9	47,8	48,3	49,4	48,5	47,3
2	37 53 54,0	54,6	55,0	54,7	53,9	56,7	57,3	54,7	54,3	55,6
3	42 15 11,2	10,9	09,4	12,5	13,6	12,8	11,1	10,7	10,5	11,3
4	36 11 37,2	37,6	36,9	36,0	34,5	35,2	37,9	36,6	35,8	35,1
5	63 39 22,6	22,0	23,0	22,8	21,5	22,9	21,3	21,5	20,6	20,7
6	55 12 01,4	01,6	00,4	02,8	03,1	01,3	02,7	03,5	02,1	03,8
7	24 57 02,0	01,7	00,6	02,7	02,4	03,5	04,2	04,0	02,8	01,3
8	44 33 11,8	11,0	10,6	09,8	09,2	11,3	11,6	12,0	10,3	11,1